

El conocimiento didáctico del contenido sobre probabilidad en profesores de matemáticas de la educación básica secundaria colombiana

The didactic knowledge of the content on probability in mathematics teachers of Colombian secondary education

BURBANO PANTOJA, Víctor M.¹
 VALDIVIESO MIRANDA, Margoth A.²
 BURBANO VALDIVIESO, Ángela S.³

Resumen

Este artículo explora el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) de maestros que enseñan el tema de probabilidad en la educación básica secundaria colombiana. La metodología fue cualitativa centrada en un análisis de contenido sobre la interacción docente-estudiante en el aula; la información textual fue interpretada axialmente. Los resultados evidencian la emergencia de tres categorías de conocimiento requeridas por el profesor para enseñar probabilidad. Se concluye que los profesores presentan un conocimiento básico del tema y poco desarrollo de su CDC.

Palabras clave: conocimiento didáctico del contenido, probabilidad, educación básica secundaria.

Abstract

This article explores the Didactic Content Knowledge (CDC) of teachers who teach the subject of probability in Colombian basic secondary education. The methodology was qualitative focused on a content analysis on the teacher-student interaction in the classroom; the textual information was interpreted axially. The results show the emergence of three categories of knowledge required by the teacher to teach probability. It is concluded that the teachers present a basic knowledge of the subject and little development of their CDC.

Key words: didactic knowledge of content, probability, basic secondary education

1. Introducción

Un elemento clave en la mejora de la enseñanza de las matemáticas, las cuales incluyen la probabilidad y la estadística en el currículo escolar, es el profesor (Llinares, 2012); en esta dirección, en los últimos tres lustros se han producido un sinnúmero de trabajos investigativos que proporcionan información sobre las características y categorías del conocimiento requeridas por el docente a fin de potenciar en el alumno el desarrollo de sus competencias matemáticas (Ball et al., 2008); sin embargo, acerca de la enseñanza de la probabilidad en la

¹ Magíster en Estadística, Doctor en Ciencias de la Educación. Escuela de Matemáticas y Estadística. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, calle 48 No. 8-48 Tunja, Colombia. Docente investigador Grupo de investigación Interdisciplinario en Ciencias GICI. victor.burbano@uptc.edu.co

² Licenciada en matemáticas, Magíster en Ciencias-Estadística. Filiación: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, calle 48 No. 8-48 Tunja, Colombia. Docente investigador Grupo de investigación Interdisciplinario en Ciencias GICI. Correo margoth.valdivieso@uptc.edu.co

³ Tecnóloga en programación de sistemas informáticos. Filiación: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, calle 48 No. 8-48 Tunja, Colombia. Investigadora Grupo de investigación Interdisciplinario en Ciencias GICI. Correo angela.burbano@uptc.edu.co

educación básica, aún son escasos. Asimismo, existen estudios sobre diversas formas de comprender cómo el profesor puede aprender a partir de su reflexión acerca de las acciones e interacciones que realiza en el aula y de maneras alternativas de ofrecer sus clases soportadas en distintos marcos teóricos; el uso pertinente de tales marcos puede posibilitar la emergencia de estrategias alternativas y posturas destinadas a enriquecer la didáctica de la matemática. Entre dichos marcos están el “conocimiento base para la enseñanza” (Shulman, 1987; Burbano et al., 2017), el Conocimiento Didáctico del Contenido –CDC- (Pinto, 2010; Burbano, 2017) y el Conocimiento matemático para la enseñanza (Ball et al., 2008), y el enfoque Onto_Semiótico (Godino, 2009; Gómez, 2014), entre otros.

Por otro lado, en los últimos siete lustros, se ha suscitado un marcado interés tanto a nivel internacional como nacional por incluir el tema de probabilidad en el currículo escolar de matemáticas, de modo que pueda abordarse en los distintos niveles de la educación formal: pre-escolar, básica primaria, básica secundaria y media (NCTM, 2000; Vásquez, 2015); tal interés radica en que el tema posee potenciales aplicaciones en el manejo de sucesos aleatorios presentes en la vida cotidiana, la naturaleza, la sociedad, la producción industrial, la investigación científica y la política, entre otros (Swenson, 1998). Por consiguiente, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2003) ha recomendado su abordaje a través de los estándares curriculares y los derechos básicos de aprendizaje en el área de matemáticas, y sugiere a las instituciones educativas incluir el estudio de la probabilidad y de la estadística para que los docentes puedan promover el desarrollo del denominado ‘pensamiento aleatorio y los sistemas de datos’ en los estudiantes pertenecientes al sistema educativo colombiano. Sin embargo, cabe preguntarse: ¿se está enseñando a cabalidad el tema?, ¿los docentes fueron formados en este campo del conocimiento?, ¿los profesores poseen suficientes conocimientos para enseñar probabilidad en los diferentes niveles educativos?, entre otros interrogantes.

La respuesta no es inmediata; no obstante, la experiencia estudiantil de los autores de este trabajo proporciona ideas iniciales como una respuesta parcial al primer interrogante, cuando ellos fueron estudiantes en la educación pre universitaria, tuvieron poca oportunidad de aprender acerca del tema de probabilidad y debieron esperar a realizar sus estudios de pregrado para iniciarse en el tema, el cual se incluyó como parte de dos asignaturas denominadas estadística descriptiva e inferencial sin abordar elementos de didáctica de la probabilidad, quizá porque en el currículo escolar a nivel mundial apenas se empezaba a incluirla. Más tarde, en su labor de profesores tanto en el nivel universitario como pre universitario visualizaron la necesidad de acrecentar su conocimiento estadístico-probabilístico a nivel de maestría, lo que les ha permitido mejorar su desempeño docente.

Por otra parte, en su labor docente universitaria, reiteradamente han diagnosticado que los estudiantes llegaban con poca o ninguna idea sobre probabilidad a los cursos de estadística y probabilidad que han ofrecido en las diferentes carreras en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC), coincidiendo con Shaughnessy (1992), quien encontró que los estudiantes llegan a la universidad sin los conocimientos básicos sobre el cálculo de probabilidades. Además, en los cursos de capacitación docente que los autores han orientado para los profesores que laboran en educación secundaria, han detectado que los maestros de primaria y secundaria manifiestan haber recibido poca o ninguna formación en el conocimiento tanto disciplinar como didáctico de este tema; por lo tanto, no lo impartían o sentían temor de enseñarlo; este diagnóstico concuerda con el estudio de Arias y Cardona (2008) realizado en el eje cafetero colombiano.

Otros problemas asociados con el abordaje de la probabilidad en la educación pre universitaria son: i) en cuanto a los aspectos didácticos, la enseñanza de la probabilidad se ha focalizado en la aplicación de fórmulas y algoritmos (Burbano, 2017), descuidando la experimentación referente a fenómenos aleatorios y a la resolución de problemas, ii) las mallas curriculares en la formación de profesores de matemáticas involucran pocos cursos asociados con el tratamiento de la probabilidad y su didáctica o no los incluyen (Franklin y Mewborn, 2006), los

libros de textos para la enseñanza de la probabilidad presentan una visión sesgada o incompleta, están desactualizados y presentan predominio de la concepción clásica (Sánchez y Monroy, 2013), y iii) los profesores presentan poca comprensión del tema de probabilidad, reducida experiencia en su enseñanza y lo consideran un tema difícil de enseñar (Batanero et al., 2004), solo por mencionar algunos.

Los anteriores elementos, en conjunción con una cuidadosa exploración preliminar de la literatura sobre el tema de probabilidad, su enseñanza y aprendizaje, el CDC (Shulman, 1987; Pinto, 2010) y la asesoría pedagógica a docentes de la educación pre universitaria posibilitaron centrar el objeto de estudio en la exploración del CDC en maestros que potenciaban el pensamiento aleatorio a través del tema de probabilidad en el grado noveno de educación básica secundaria, en una línea de investigación correspondiente al ‘conocimiento del profesor’ de matemáticas. Al respecto, en las tres últimas décadas, en educación estocástica se ha dado un progreso considerable en la investigación pedagógica en el aula; sin embargo, las preguntas relacionadas con la cognición del profesor y su interacción con el estudiante son recientes (Pinto, 2010). Uno de los niveles donde se requiere un mayor énfasis y desarrollo investigativo sobre el conocimiento del profesor es el de educación básica (Koehler y Grouws, 1992); en particular sobre las concepciones de los profesores y estudiantes (Shaughnessy, 2007). La investigación sobre la formación de profesores de probabilidad, su CDC y concepciones, cuando el escenario de enseñanza se focaliza en la educación básica, aún es incipiente (Callingham y Watson, 2011). La necesidad de investigación en esta línea, tema y nivel educativo no es exclusiva de Boyacá en Colombia sino que se constituye en una temática poco explorada tanto en el ámbito nacional como internacional, que puede incidir posteriormente en cierta medida en el abandono estudiantil tanto a nivel de la educación media como a nivel universitario (Guerrero y Soto, 2019).

La literatura referente a la investigación en el campo de las Ciencias de la Educación indica que antes de la década de los setenta del siglo XX, la didáctica fue considerada como el arte de enseñar y no como una ciencia (Litwin, 2008) ; por lo tanto, se dificultaba su análisis, intervención y tratamiento a través del método científico; pero la forma de percibir y concebir al profesor y a la enseñanza en el campo de la investigación educativa está cambiando, debido a que el proceso de enseñar es complejo (Koehler y Grouws, 1992) y amerita ser considerado como objeto de estudio en los procesos de investigación tendientes a indagar sobre la práctica docente en el aula. La investigación sobre conocimientos y creencias de los profesores acerca de la probabilidad también es limitada (Jones et al., 1997). En la década de los ochenta del siglo pasado, la enseñanza eficaz fue asociada con las características personales y profesionales del profesor, sus métodos de enseñanza y el contexto escolar; luego, el interés se focalizó en la interacción entre profesor y sus estudiantes, en la reflexión docente generadora de conocimiento sobre la enseñanza en la interacción docente, cuyo conocimiento merecía ser investigado (Schön, 1992).

En este contexto es donde empieza a tener importancia el CDC (Shulman, 1987) como constructo teórico y elemento integrador de tres categorías de conocimiento: i) sobre el tema por enseñar (conocimiento disciplinar), ii) las representaciones instruccionales por usar en la enseñanza (conocimiento didáctico), y iii) acerca de la forma como el estudiante aprende (conocimiento sobre el estudiante). La conjugación de estas tres categorías de conocimiento en la mente del profesor se conoce como CDC (Shulman, 1987; Pinto, 2010; Burbano, 2017); por supuesto, conviene explorar sobre la enseñanza de la probabilidad (Stohl, 2005) en el contexto escolar. La primera categoría corresponde a la “cantidad y organización de conocimiento *per se* en la mente del profesor” (Shulman, 1986); la segunda involucra “formas de expresar, exponer, escenificar o de representar de otra manera ideas, de suerte que los que no saben puedan llegar a saber, los que no entienden puedan comprender y discernir, y los inexpertos puedan convertirse en expertos” (Shulman, 1987); la tercera incluye las estrategias con las que el profesor ayuda a los alumnos en su aprendizaje, corrige errores conceptuales, creencias y concepciones frecuentes en el estudiante (Shulman, 1986). Un alto nivel de desarrollo del CDC en el maestro favorece la comprensión de los conceptos, una adecuada interacción con el estudiante y un pertinente

aprendizaje de los temas de matemáticas, en particular de la probabilidad y de la estadística en el salón de clases (Pinto, 2010; Burbano et al., 2017).

En cuanto a los antecedentes, en el contexto regional, nacional e internacional se han desarrollado algunos trabajos de investigación orientados a la enseñanza de la estadística desde diferentes referentes teóricos, incluido el CDC (Pinto, 2010; Zapata, 2011; Burbano, 2017); no obstante, en el tema de probabilidad, aun pueden considerarse escasos. En el contexto internacional, se ubicaron los siguientes estudios centrados en el CDC: i) el trabajo de Swenson (1998), en el cual se indaga sobre el conocimiento de la materia y el CDC en el tema de probabilidad por medio de un estudio de casos con cuatro profesores de secundaria en Estados Unidos, cuyo objetivo se centró en identificar algunas relaciones emergentes en la forma cómo los maestros ejecutaban el proceso de enseñar el tema; ii) el estudio de Watson (2001), quien explora el conocimiento de algunos docentes en Australia usado para enseñar la probabilidad y la estadística, con una metodología enfocada a la explicitación del marco teórico de Shulman, y iii) Callingham y Watson (2011) desarrollaron un trabajo referido a la formación profesional docente, el cual evalúa el CDC de un grupo de maestros en cuatro niveles jerárquicos en correspondencia con el modelo de Shulman. En el ámbito Nacional y regional, se destacan los trabajos de: i) Arias y Cardona (2008) quienes efectúan un estudio que recoge el estado del arte sobre la forma de enseñar el tema de probabilidad para la educación media en dos municipios del eje cafetero colombiano, ii) Sánchez (2010) elabora un análisis de la forma como se presenta el concepto de probabilidad en los libros de texto para los grados octavo y noveno de la educación básica en un municipio de Boyacá en Colombia, y iii) Burbano (2015) hace un análisis del CDC en docentes de probabilidad para la educación media.

Desde otros marcos teóricos, se tiene el estudio realizado por Vásquez (2015), quien evaluó el conocimiento didáctico-matemático para enseñar probabilidad en profesores de educación primaria en activo; por su parte, Gómez (2014) valoró el conocimiento matemático para enseñar el tema de probabilidad en futuros profesores de educación primaria. En relación con el CDC, este constructo teórico se ha utilizado para realizar investigaciones educativas en diversos temas en áreas como las ciencias naturales, las ciencias sociales, las humanidades, los idiomas extranjeros, la educación física, las ciencias médicas, las ingenierías, las tecnologías de la información, la biología, las matemáticas, la estadística, y la probabilidad (Pinto, 2010; Burbano, 2015; Burbano, 2017; Ibáñez y Villasana, 2020); incluso, el marco teórico del CDC fue el punto de partida para generar otros modelos de conocimiento del profesor destinados a la realización de investigación sobre procesos didácticos para distintas temáticas del currículo escolar (Burbano et al., 2017); por su amplia asociación con las didácticas específicas, los investigadores lo han considerado como objeto de estudio y un recurso de gran relevancia en programas universitarios destinados a formar docentes, en el contexto mundial.

Por otra parte, desde una mirada conceptual, la probabilidad corresponde a la medida de la posibilidad de que un suceso pueda ocurrir hacia el futuro (Burbano y Valdivieso, 2015). El conocimiento del contenido probabilístico se asocia con temas de probabilidad requeridos para resolver problemas relacionados con el azar o los fenómenos aleatorios, también denominados no deterministas. En el nivel de la educación básica secundaria, los contenidos se estipulan en los estándares curriculares propuestos por el (MEN, 2003); éstos puede incluir: resultados de experimentos aleatorios, espacio muestral, eventos, cálculo de la probabilidad de sucesos simples, uso del diagrama de árbol y conteos, independencia, manejo de la probabilidad clásica, sesgos y heurísticas, entre otros. Un análisis de contenido efectuado sobre distintas fuentes documentales (Bardín, 1991) permitió establecer que la probabilidad tuvo sus orígenes en los juegos de azar y el reparto de apuestas durante la edad media, el concepto inicial se debe a Pascal, la formulación de la probabilidad clásica fue dada por Laplace (1812) y publicada en 1814, en los siguientes términos: “la probabilidad de que un evento pueda ocurrir en un número finito de resultados es una fracción con denominador el número de todos los casos posibles y con numerador el número de casos favorables al suceso de interés” (p.28). Otras concepciones fueron la intuitiva (Batanero y Sánchez, 2005), la frecuencial (Mises, 1952) y axiomática (Kolmogórov, 1956). Estas

concepciones han de conformar la primera categoría del CDC del profesor requerida para enseñar apropiadamente el tema de probabilidad.

Finalmente, en referencia a la interacción docente-estudiante en el aula, desde una mirada operacional, aquella es entendida como la actuación docente a través de tres fases: pre-activa, interactiva y post-activa (Jackson, 1975), la cual puede indagarse mediante proceso de investigación cualitativa (Le Compte y Goetz, 1982); en estas circunstancias, además del conocimiento disciplinar que el maestro ha de poseer para enseñar un tema específico, se requiere explorar la forma cómo el profesor ejecuta su acción didáctica en el aula (Ponte et al., 2012; Burbano, 2017). Desde una mirada sociocultural, tal interacción se asocia con una imagen de diálogo continuo y encuentro entre el maestro, el alumno y el tema por aprender; en este sentido, el profesor ha de usar diversas estrategias para potenciar tal interacción.

2. Metodología

Un enfoque de investigación cualitativa centrado en un estudio de casos guió el estudio realizado (Taylor y Bogdan, 1987). Con base en el marco referencial y la apropiación del marco teórico se diseñaron e implementaron los instrumentos destinados a la recopilación de la información, entre ellos: una entrevista semi-estructurada (Rodríguez, Gil y García, 1999), observación de la interacción docente en el aula (Colestock y Sherin, 2009), una situación problema asociada con el sesgo de equiprobabilidad y el manejo de la probabilidad clásica y algunos materiales del profesor (programa de la asignatura, planes de clase y la libreta de apuntes del estudiante). La primera situación problema planteada fue: se lanzan simultáneamente dos justos ¿cuál de los siguientes ítems tiene mayor probabilidad de ocurrir? i) obtener un cinco y un seis, ii) obtener el par (6,6), iii) los ítems i) y ii) tienen la misma probabilidad, iv) no sé (Lecoutre y Cordier, 1990), ¿esta situación problema puede extenderse a un espacio muestral infinito, por ejemplo el conjunto de los números naturales?, ¿cómo se definiría una medida de probabilidad en un espacio muestral infinito?

Con la información recolectada se realizó un análisis de datos textuales por medio de codificación axial, procesos hermenéuticos y métodos propios de la investigación cualitativa (Burbano, 2017). Este tipo de investigación realizada mediante la metodología del estudio de casos, permitió explorar en un amplio sentido las propias palabras de los participantes tanto habladas como escritas, desarrollar e identificar conceptos a partir de datos textuales, observar el escenario y las personas en una perspectiva holística, en el contexto de su pasado y de las situaciones en las que se hallaban, comprender su manera de pensar, conocer, sentir y actuar durante los procesos de enseñanza-aprendizaje (Taylor y Bogdan, 1987).

El estudio de caso fue entendido como “el estudio de la particularidad y la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (Stake, 1998); por lo tanto, permitió el examen detallado, comprensivo, sistemático y en profundidad del objeto de interés (Rodríguez et al., 1999). Asimismo, permitió analizar el CDC del profesor y reflexionar sobre sus conocimientos, concepciones y acciones realizadas mediante la actividad de enseñar el tema de interés en el aula de clase.

El camino metodológico seguido en la investigación recoge un enfoque cualitativo centrado en un estudio de casos, la selección de los participantes, los instrumentos utilizados para la recolección de información, los procedimientos para el análisis de los datos textuales y la forma de validar el estudio realizado. Este camino fue diseñado una vez se apropiaron los elementos teóricos que sustentaron el trabajo investigativo y se hizo la revisión de un buen número de investigaciones realizadas en torno a las tres categorías del CDC. Esta forma de trabajo involucró la ejecución de actividades tales como un cuidadoso proceso de selección de los dos profesores participantes en el estudio de casos (Stake, 1998), la determinación de los instrumentos y materiales que posibilitarían la entrada al campo y la recogida de información y la toma de decisiones sobre los procedimientos a seguir en el análisis de los datos textuales (Strauss y Corbin, 1998). Los instrumentos mencionados permitieron

realizar diversos procesos de triangulación metodológica, tanto de fuentes de información como de investigadores, los cuales aumentaron los niveles de validez y confiabilidad de la investigación.

3. Resultados

Los resultados describen paulatinamente el estudio de dos casos de profesores que enseñan el tema de probabilidad en el grado noveno en la educación básica secundaria en dos instituciones educativas de Boyacá en Colombia; los estudiantes atendidos tuvieron edades entre los 13 y los 15 años. Inicialmente, se aborda el caso de Carlos (seudónimo), luego el caso de Rosa. El primero, se estructura en concordancia con las tres fases de la interacción de Carlos: pre-activa, interactiva y post-activa. La fase pre-activa o de planeación de la enseñanza revela los hallazgos del análisis de tres fuentes de información: el programa curricular de la asignatura, un plan de clase sobre el tema de probabilidad y la libreta de apuntes del estudiante (Le Compte y Goetz, 1982).

La fase interactiva o de gestión devela la emergencia de seis categorías: aspectos del contexto profesional, conocimiento del contenido a enseñar, estrategias y representaciones instruccionales utilizadas, concepciones sobre probabilidad y su enseñanza, conocimiento del currículo y conocimiento acerca del estudiante; asimismo posibilitó la exploración del CDC en la interacción docente y aspectos sobre la comprensión del concepto de probabilidad. La fase post-activa recogió el análisis de la situación problema y la reflexión docente en torno a las dos fases anteriores. En el segundo se presentan los resultados correspondientes al caso de Rosa con una estructura similar a la mencionada para el caso de Carlos.

3.1. El caso de Carlos

Carlos es un profesor con formación inicial en matemática, logró la titulación de licenciado en matemáticas hace más de un lustro, aún no ha realizado estudios de postgrado. Su interés principal es cursar una maestría en matemáticas. Al momento de realizar el estudio, se desempeñaba como profesor de contrato en la Institución Educativa del sector urbano, IEU (seudónimo); en dicha institución privada, desarrollaba su actividad pedagógica, de investigación y de orientación académica para alumnos de básica secundaria y educación media; desde hace aproximadamente cuatro años, empezó a enseñar la estadística y la probabilidad en los grados de noveno, décimo y undécimo, desde hace un dos ofrecía matemáticas a los grados séptimo, octavo y noveno.

La información textual recolectada y analizada en torno a este caso, proporcionó evidencias para inferir que hay concordancia entre los temas planteados en el programa curricular y el plan de clase desarrollado por Carlos; la libreta de apuntes del estudiante reflejó en gran medida que el contenido probabilístico propuesto por el profesor tanto en el programa como en el plan de clase, efectivamente se ha desarrollado en la interacción docente, la cual proporcionó algunos indicios de cómo el profesor hace esfuerzos por conjugar las tres categorías principales del CDC, aunque con imprecisiones en algunos conceptos asociados con el tópico de probabilidad y un marcado énfasis en la concepción clásica de probabilidad más que en las otras, hecho que guarda relación con lo señalado por Sánchez y Monroy (2013) en el sentido de que ésta concepción es la que se ha privilegiado en la enseñanza de la probabilidad en la educación básica de la IEU.

Carlos usa algunas representaciones instruccionales genéricas y otras específicas como: los diagramas de Venn, las combinaciones, las tablas de frecuencia y los diagramas de árbol. Sobre la forma aprender del alumno, Carlos conoce en un alto porcentaje los niveles cognitivos de sus estudiantes; pero, aún le hace falta acrecentar sus estrategias para corregir algunos errores conceptuales o procedimentales presentes en ellos (Burbano, 2017). La fase pre-activa revela que el CDC de Carlos puede ser catalogado como básico, la componente en la cual ha logrado mayor desarrollo es en la del conocimiento del tópico a enseñar; le siguen la de las estrategias y representaciones para la enseñanza y la del conocimiento de la forma de aprender del estudiante. La libreta estudiantil se constituyó en una potente evidencia para comparar aquello que el profesor 'dice' con lo que 'hace'

en su interacción docente con los alumnos; los datos textuales de la libreta han permitido la triangulación de información y han posibilitado generar una primera síntesis 'Carlos posee un CDC básico con prevalencia de la concepción clásica en la enseñanza de la probabilidad' (Burbano, 2017).

En la segunda fase, la interacción docente de Carlos hace evidente un moderado CDC en las componentes de conocimiento del tópico a enseñar y en el conocimiento sobre el estudiante, y un limitado conocimiento de las representaciones instruccionales para la enseñanza de la probabilidad, su acción docente está anclada a las concepciones intuitiva y clásica más que otras; además, presenta dificultades para contestar algunas preguntas de los estudiantes. En este contexto, tendría sentido la afirmación cuando los profesores no conocen bien el contenido de una lección pueden limitar las intervenciones de los estudiantes en un esfuerzo por evitar preguntas que son incapaces de responder (Carlsen, 1987). El rol de Carlos ha promovido la interacción profesor-alumno-problema en el aula. De las actividades propuestas por el profesor y las acciones y esquemas desarrollados por los estudiantes, se infiere una concepción de la naturaleza de la probabilidad basada en experiencias aleatorias cuyo concepto se desarrolla y construye por medio de conjeturas, pruebas y refutaciones (Lerman, 1983). También se observa al profesor como un agente que orienta e intenta la construcción del conocimiento probabilístico mediante una secuenciación y organización de actividades previas, las cuales de modo flexible se adaptan a las capacidades, intereses e inquietudes de los estudiantes; sin embargo, no lo consigue. La interacción con los estudiantes se focaliza en el manejo de ideas intuitivas, subjetivas y con prevalencia de la concepción clásica (Burbano, 2017).

Por otra parte, desde el marco teórico del CDC, en la interacción docente de Carlos se refleja una imagen del profesor que promueve la curiosidad del alumno a través de preguntas que favorecen la consecución de aprendizajes;- emerge un docente con una visión que le posibilita la conjugación de su conocimiento del contenido probabilístico y de algunas representaciones instruccionales pertinentes para enseñar el concepto de probabilidad, siendo relevantes tanto los modos de representación como los elementos del concepto. De esta forma se concluye que la práctica de Carlos se focaliza en una perspectiva basada en las concepciones (Tzur et al., 2001) y en las teorías implícitas que se reflejan en su interacción con los estudiantes; en Carlos prevalece una perspectiva holística que en cierto sentido rompe con las características de la secuencia de enseñanza explicación-ejemplo-ejercicios, indicada por Zapata (2011).

En la fase pos-activa, de las respuestas y reflexiones ofrecidas por Carlos respecto a las preguntas formuladas en la situación problema, se infiere que su conocimiento del contenido probabilístico aún es limitado y que su estructura cognitiva refleja bajos niveles de comprensión del concepto de probabilidad. En este contexto, su CDC sobre estimación de probabilidades presenta fortalezas en lo referente al manejo de la concepción clásica y al trabajo con espacios muestrales finitos, con buenas posibilidades para corregir el sesgo de equiprobabilidad en sus alumnos. Además, usa la concepción intuitiva y frecuencial en las mencionadas situaciones; sin embargo, manifiesta muy poca elaboración del concepto de probabilidad en espacios muestrales infinitos desde la concepción axiomática, su CDC resulta moderado en lo concerniente a la enseñanza del tema de probabilidad en el grado noveno de la educación básica.

El nivel de desarrollo del CDC del profesor guarda relación con el tipo de situación problema por resolver y está asociado con su nivel de conocimiento del tópico a enseñar, sus concepciones sobre la probabilidad, su enseñanza y aprendizaje. Estos aspectos influyen de manera decisiva sobre las estrategias y representaciones instruccionales que usaría para potenciar la construcción del concepto de probabilidad, promover la estimación de probabilidades y corregir algunos sesgos y heurísticas en sus estudiantes (Burbano, 2017). Con base en la reflexión docente (entrevista semi-estructurada) y la situación problema, se concluye que aquello que el profesor hace en el aula de clase guarda relación con su conocimiento del contenido y de sus concepciones sobre la probabilidad, éstos tienen fuente en su formación inicial y en los procesos de auto-capacitación; el docente usa

un repertorio reducido de estrategias y representaciones instruccionales específicas para enseñar la probabilidad, atribuibles a su conocimiento básico del tema y del currículo escolar, al poco desarrollo de su CDC y al bajo nivel de comprensión del concepto de probabilidad; también tiene poca capacidad para corregir en sus alumnos algunos sesgos, heurísticas y conceptos erróneos (Burbano, 2015).

3.2. El caso de Rosa

Rosa es licenciada en matemáticas y física, cuenta con una maestría en educación y presenta más de dos décadas de experiencia docente. Se desempeña como profesora de tiempo completo en la planta del magisterio, está vinculada en la Institución Educativa del sector Rural, IER (seudónimo); en la mencionada institución de carácter oficial, desarrolla su actividad académica orientando los grados, desde noveno hasta once, en áreas como matemáticas, física, estadística incluyendo la probabilidad; en el año lectivo de la realización de este estudio, Rosa enseñaba matemáticas a diferentes grados, probabilidad y estadística en el grado noveno de educación básica secundaria. Rosa fue de gran interés para este estudio porque también tenía experiencia a nivel de la educación superior en la enseñanza de la estadística. Asimismo, la IER había logrado algunos premios académicos por sus buenos resultados en las pruebas Saber realizadas por el MEN.

La planificación efectuada por Rosa se basa en el programa curricular y en su plan de clase; su programación de matemáticas contempla los estándares curriculares del MEN e incluye cinco pensamientos: numérico, geométrico, métrico, aleatorio y variacional; el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos se hace mediante contenidos de probabilidad y estadística para el grado noveno, con la siguiente estructura: datos de identificación, enfoque del área, objetivos, contenidos, estrategias metodológicas y evaluación. En los datos de identificación se incluyen la IER, el área, grado de escolaridad y la intensidad horaria. En el enfoque de área se desglosan: el perfil del alumno, los estándares curriculares y los derechos básicos de aprendizaje.

Con base en el análisis textual y la codificación axial de los datos referidos a Rosa, se determina que, la profesora se centra en: i) usar la concepción clásica de probabilidad más que otras para abordar el contenido, ii) utilizar estrategias y representaciones instruccionales genéricas como la formulación de preguntas y ejercicios, y otras específicas como las tablas de frecuencia, los diagramas de Venn y la combinatoria, aunque no usa los diagramas de árbol. Además, la docente organiza, secuencia y presenta el contenido para promover el interés y el desarrollo de habilidades en el alumno por medio de actividades centradas en los juegos de azar principalmente y con el apoyo de recursos como monedas, dados, balotas y otros. Rosa conoce en un alto porcentaje a sus discípulos y usa métodos de enseñanza adaptados al contexto específico del tópico, no obstante, en ella aún están latentes algunos errores estudiantiles que ha de corregirlos. La triangulación de información ha posibilitado generar una primera inferencia: Rosa posee un CDC básico focalizado en la concepción clásica de probabilidad con pocas diferencias respecto al caso de Carlos (Burbano, 2017).

Respecto a los hallazgos de su fase interactiva, las seis categorías exploradas evidencian que la profesora posee un conocimiento básico del tópico a enseñar, a pesar de sus esfuerzos por auto capacitarse y de poseer un conocimiento sobre el currículo que aún debe ampliarse; sus formas de enseñar dependen en alto porcentaje de sus concepciones sobre la probabilidad y las matemáticas. El componente de su CDC referido al conocimiento sobre representaciones instruccionales es moderado y fruto de su amplia experiencia, y su conocimiento sobre la forma de aprender del alumno es el más débil, en la medida que manifiesta pocas estrategias para corregir concepciones erróneas y sesgos. La interacción docente de Rosa en el aula permite evidenciar un básico CDC en la categoría de conocimiento del tópico por enseñar, un moderado conocimiento sobre el estudiante, y un creciente conocimiento de las representaciones instruccionales para enseñar la probabilidad. La profesora muestra algunas dificultades para responder ciertas preguntas formuladas por el alumno y una potencial presencia del sesgo de equiprobabilidad. En estas circunstancias, tiene sentido la afirmación: cuando el profesor

no conoce bien el contenido de una lección, puede “limitar las intervenciones de sus alumnos” y mostrar poca capacidad para responderles (Carlsen, 1987).

Por otro lado, desde el marco teórico del CDC, en la interacción docente de Rosa se devela que, subyace la imagen de una profesora controladora que impulsa al alumno hacia la resolución de problemas a través de preguntas que favorecen la asimilación de nuevos aprendizajes, emerge una docente con una actitud que le posibilita conjugar su conocimiento del contenido probabilístico con diversas representaciones instruccionales pertinentes para enseñar probabilidad. Fueron relevantes tanto los modos de representación como los elementos del concepto de probabilidad. Por consiguiente, la práctica de Rosa estuvo centrada en un enfoque basado en las concepciones del profesor (Tzur et al., 2001) y en las teorías referidas al conocimiento del profesor para interactuar con el alumno, esta práctica se caracteriza por ser integradora de modo que contrasta con la secuencia de enseñanza propuesta por Zapata (2011), propia del modelo transmisionista.

En la fase pos-activa, de las respuestas y reflexiones ofrecidas por Rosa en referencia a las preguntas formuladas en la situación problema se establece que, en la profesora prevalece un conocimiento parcial del contenido probabilístico asociado con la heurística de equiprobabilidad en el contexto de la situación problema asociada con tal heurística, esto indica un uso pobre de representaciones instruccionales pertinentes y poca oportunidad de corregirla en sus estudiantes, ya que está latente en la maestra. Este caso ha generado procesos de reflexión docente tendientes a extrapolar la situación problema hacia contextos próximos al entorno escolar. También se infiere que su conocimiento del contenido probabilístico no es suficiente y que su estructura cognitiva manifiesta bajos niveles de comprensión del concepto de probabilidad. En este contexto, su CDC sobre probabilidad revela fortalezas en lo que respecta a la concepción clásica, la concepción frecuencial e intuitiva y al trabajo con espacios muestrales finitos, con poca potencialidad para corregir el sesgo de equiprobabilidad en sus estudiantes. Además, muestra poco manejo del concepto de probabilidad en espacios infinitos desde la concepción axiomática.

El nivel de desarrollo del CDC del docente está asociado con el tipo de situación problema a resolver y con su nivel de conocimiento del tópico a enseñar, sus concepciones sobre la probabilidad, su enseñanza y aprendizaje; estos aspectos influyen en la profesora al momento de elaborar y usar estrategias didácticas y representaciones instruccionales a fin de potenciar la construcción del concepto de probabilidad, promover la estimación de probabilidades y corregir algunos sesgos, concepciones erróneas y heurísticas en sus alumnos (Burbano et al., 2017). Con base en la reflexión docente (entrevista semi-estructurada) y la situación problema, se concluye que, la profesora hace una diferenciación entre los términos azar, aleatorio, incertidumbre y probabilidad basado en sus intuiciones y concepciones; la docente proporciona algunos rasgos característicos de manera limitada que contrastan con los explicitados en los libros de texto; por ejemplo, la probabilidad se ha de asociar con un número real perteneciente al intervalo $[0, 1]$ y mide la posibilidad de la ocurrencia de un determinado evento (Burbano, 2017). Las actividades planteadas en el aula y aquello que la profesora hace en su interacción docente están asociadas con su conocimiento del contenido y con sus concepciones sobre la probabilidad; éstas tienen fuente en su formación inicial, los procesos de auto-aprendizaje, los libros de texto y las consultas a sus colegas (Sánchez, 2010).

4. Discusión

Con base en los resultados, se infirió que, el CDC de tanto de Carlos como de Rosa sobre probabilidad se caracteriza por hacer explícitos los siguientes aspectos:

i) La probabilidad fue asociada por Carlos como un tema amplio dentro de las matemáticas escolares, el cual puede aplicarse en diversos sucesos de la vida diaria, esto concuerda con lo expresado por Laplace (1812) en el sentido que la probabilidad es el uso del sentido común expresado en números; sin embargo, este docente en

su práctica de aula se limita a la estimación de probabilidades por medio de la ejecución de actividades centradas en los juegos de azar (Burbano, 2017). En cambio, Rosa considera a la probabilidad como aleatoria y a las matemáticas tradicionales como determinísticas; su acción docente durante sus clases se desarrolla en torno a la estimación de probabilidades a través de juegos de azar y algunos problemas orientados al uso de la probabilidad en la vida cotidiana, por ejemplo, el cálculo de probabilidades sobre sucesos relacionados con las placas de autos.

ii) Las fuentes del conocimiento probabilístico de Carlos son: tres cursos de probabilidad y estadística a los que accedió durante su formación profesional, las actividades de auto aprendizaje a través de internet y su libreta de apuntes del pregrado. Para Rosa se focalizan en un curso de probabilidad y estadística que recibió en sus estudios de pregrado, en actividades de auto capacitación por medio de libros para el nivel secundario y universitario, y en la formación posgraduada relacionada con sus estudios de maestría en educación. Estos aspectos conciden con Shulman (1986, 1987) en el sentido que, el conocimiento del profesor puede provenir de diversas fuentes.

iii) Carlos busca que sus estudiantes distingan lo determinístico de lo aleatorio y estén en capacidad de solucionar problemas relacionados con el tema de probabilidad. Por su parte, Rosa pretende promover en sus alumnos el razonamiento probabilístico y la comprensión de conceptos y de procedimientos asociados con la probabilidad; no obstante, se observa bajos niveles de comprensión del concepto de probabilidad en ambos docentes; al considerar las diversas concepciones de probabilidad reportadas en la literatura, los hallazgos del presente trabajo también concuerdan con el estudio realizado por Inzunza y Guzmán (2011).

iii) El conocimiento del contenido probabilístico de Carlos puede catalogarse como básico, en concordancia con sus concepciones sobre la probabilidad focalizada en la probabilidad clásica, Carlos propone actividades de aprendizaje, pone en juego estrategias instruccionales en el aula y atiende tanto las dificultades como los errores en el razonamiento probabilístico de sus estudiantes. También el conocimiento de Rosa se puede considerar básico y en correspondencia con sus concepciones sobre la probabilidad, plantea actividades en su clase, aplica estrategias didácticas e interviene las dificultades y errores en el razonamiento probabilístico de sus alumnos. En estas circunstancias, cada maestro tiene un determinado CDC destinado a fomentar la cultura probabilística de sus estudiantes (Gal, 2005). Los contenidos abordados tanto por Carlos como por Rosa incluyen los conceptos de experimento aleatorio, evento, espacio muestral y estimación de probabilidades para eventos específicos que involucran algunas operaciones entre esos eventos; sin embargo, Rosa enfatiza en la expresión decimal, fraccionaria y porcentual para el cálculo de probabilidades.

iv) Las representaciones instruccionales conocidas y usadas por el profesor Carlos son de dos tipos: a) genéricas como: explicaciones, ejemplos, preguntas, guías de trabajo, asesoría individualizada y discusiones grupales, entre otros, y b) específicas como: juegos de azar y tablas de frecuencias, tanto diagramas de Venn como de árbol. De acuerdo a su experiencia, Rosa también usa los dos tipos mencionados: a) las genéricas se focalizan en preguntas, explicaciones, ejemplos, trabajo en grupo, resolución de problemas y pasadas a la pizarra, entre otros, y b) las específicas en juegos de azar, tablas de frecuencia, permutaciones, combinaciones, diagramas de árbol, diagramas de Venn, conjuntos por extensión, rejillas, entre otras. Estas representaciones coinciden con algunas de las mencionadas por Shulman (1986, 1987) y Burbano et al. (2017).

v) La capacidad para detectar y corregir algunas concepciones erróneas y sesgos en referencia a la estimación de probabilidades es moderada tanto en Carlos como en Rosa. Además, en ellos también están latentes ciertas heurísticas y sesgos probabilísticos (Yetim, 2019). El profesor Carlos parece tener dificultades para calcular probabilidades en espacios muestrales infinitos en tanto que la profesora Rosa trata de generalizar y extender el concepto de equiprobabilidad en espacios muestrales infinitos de manera improcedente; estos aspectos contrastan con lo expuesto al respecto por Burbano y Valdivieso (2015). Finalmente, el género y la experiencia

docente de los dos casos analizados le imprime un sello personal a su CDC en probabilidad con independencia del sector rural o urbano donde se desempeñan.

5. Conclusiones

Por medio de esta investigación se logró hacer inferencias tales como las siguientes: 1) tanto las concepciones de los profesores como otros aspectos asociados con su conocimiento del contenido probabilístico, las didácticas específicas y los modelos pedagógicos implícitos en el docente, están relacionados con el nivel de desarrollo de su CDC; por ejemplo, en su concepción sobre el aprendizaje de la probabilidad, Carlos incorpora elementos del constructivismo, mientras que Rosa lo hace con el aprendizaje significativo y la resolución de problemas. Estos aspectos inciden sobre su forma de implementar las actividades y de llevar a cabo los procesos de interacción con sus estudiantes en la clase, la forma de plantear los trabajos en grupo, la discusión en el aula y la atención a los estudiantes realizada en distintos momentos, 2) en la interacción de cada profesor con sus estudiantes se hacen visibles y se confirman algunas relaciones existentes entre las concepciones del profesor sobre la probabilidad su enseñanza y aprendizaje, y su CDC; por ejemplo, el concepto de probabilidad se enseña de forma intuitiva usando representaciones instruccionales basadas en los juegos de azar sin transitar hacia los elementos del concepto de manera formal o axiomática, y 3) la formación inicial del profesor, la auto-formación y el contexto escolar influyen sobre el tópico a enseñar (conocimiento del contenido probabilístico) como parte de su CDC y las decisiones docentes sobre las representaciones instruccionales por utilizar en la clase. Además, la experiencia docente se constituye en un factor que hace la diferencia en algunos aspectos referentes a la interacción docente tanto de Carlos como de Rosa, aunque el género no sea un factor influyente.

Referencias bibliográficas

- Arias, J. y Cardona, J. (2008). Estado del arte en la enseñanza de la probabilidad para la educación media en los municipios de Pereira y Dosquebradas. *Entre Ciencia e Ingeniería*, 2(4), 58-81.
- Ball, D. L., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bardín, L. (1991). *El análisis de contenido*. Madrid: Akal.
- Batanero, C., y Sánchez, E. (2005). What is the nature of high school student's conceptions and misconceptions about probability?, en G. A. Jones (ed.), *Exploring probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, New York, Springer, pp. 15-37.
- Batanero, C., Godino, J. y Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of statistics Education* 12(1).
- Burbano, V. (2015). *Conocimiento didáctico del contenido sobre probabilidad: Estudio de casos con profesores de la educación media*. (Tesis doctoral no publicada). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Burbano, V. y Valdivieso, M. (2015). *Elementos de probabilidad. Apoyo al estudio independiente*. Tunja, Colombia: Editorial UPTC.
- Burbano, V. (2017). Un acercamiento a la didáctica de la probabilidad desde el PCK para el nivel pre universitario. Tunja, Colombia: Editorial UPTC.
- Burbano, V. M. Á., Valdivieso, M. A., y Aldana, E. (2017). Conocimiento base para la enseñanza: un marco aplicable en la didáctica de la probabilidad. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(2), 269-285.

- Callingham, R., y Watson, J. (2011). Measuring levels of statistical pedagogical content knowledge. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study* (pp. 283-293). New York: Springer.
- Carlsen, W. (1987). Why Do you Ask? The Effects of Science Teacher Subject Matter Knowledge on Teacher Questioning and Classroom Discourse, *paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association*
- Colestock, A. y Sherin, M. (2009). Teachers' sense-making strategies while watching Video of mathematics instruction. *Journal of Technology and Teacher Education*, 17(1), 7-29.
- Franklin, C., y Mewborn, D. (2006). The statistical education of PreK-12 teachers: A shared responsibility. *NCTM* pp: 335-344.
- Gal, E. (2005). Democratic Access to probability: Issues of probability literacy. En G. A. Jones (ed.), *Exploring probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, New York, Springer, pp. 39-64.
- Godino, J.D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas [Categories for analysing the knowledge of mathematics teachers]. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para enseñar la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. España.
- Guerrero, S., y Soto, D. (2019). La política educativa en torno a la masificación de la educación superior y su relación con el abandono universitario en Colombia. *Revista historia de la educación latinoamericana*, 21(32), 109-136.
- Ibáñez, R., y Villasana, P. (2020). Aproximación crítica al conocimiento didáctico del contenido en educación superior y sus posibilidades de estudio. *Revista Espacios*, 41(18), 21-28.
- Inzuna, S. y Guzmán, M. (2011). Comprensión que muestran profesores de secundaria acerca de los conceptos de probabilidad: un estudio exploratorio. *Educación Matemática*, 23 (1), 63-95.
- Jackson, (1975). *La vida en las aulas*. Madrid: Ediciones Morova.
- Jones, G., Langrall, C., Thornton, C. y Mogill, T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 101-125.
- Koehler, M.S., y Grouws, D. (1992). Mathematics teaching practices and their effects. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 15-126.
- Kolmogórov, A. (1956). *Foundations of the theory of probability*. New York: Chelsea (trabajo original publicado en 1933).
- Laplace, P. S. (1812). *Théorie analytique des probabilités*. Mme Ve Courcier.
- Le Compte, M. D., y Goetz, J. P. (1982). Problems of reliability and validity in ethnographic research. *Review of educational research*, 52(1), 31-60.
- Lecoutre, M.P. y Cordier, J. (1990). Effect du mode de présentation d'un problème aleatoire sur les modèles développés par les élèves. *Bulletin de l'APMEP*, 372, pp. 9-22.

- Lerman, S. (1983). Problem solving or knowledge centred: The influence of philosophy on mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education I Science and Technology*, 14(1), 59-66.
- Litwin, E. (2008). El oficio de enseñar. Condiciones y contextos. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- Llinares, S. (2012). Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación matemática*, 10, 57-67.
- MEN (Ministerio de Educación Nacional de Colombia) (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Santafé de Bogotá: Colombia. Recuperado de: www.mineducacion.gov.co/.
- Mises, R. (1952). *Probabilidad, estadística y verdad*. Madrid, España: Espasa-Calpe (Trabajo original publicado en 1928).
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000). *Principles and standard for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Pinto, J. (2010). *Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudio de casos con profesores de estadística de las carreras de psicología y educación*. Tesis doctoral, Universidad de Salamanca. España.
- Ponte, J. P., Quaresma, M. y Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 65-86.
- Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga, España: Ediciones Aljibe.
- Sánchez, D. (2010). *Análisis de la presentación del concepto de probabilidad en los libros de texto escolares de grado octavo y novena de la Educación básica en la ciudad de Duitama*. Trabajo de grado para optar el título de Licenciada en Matemáticas y Estadística. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Sede Duimata.
- Sánchez, E. S., y Monroy, J. C. V. (2013). La cuantificación del azar: una articulación de las definiciones subjetiva, frecuencial y clásica de probabilidad. *Revista de didáctica de la Estadística*, (2), 39-46.
- Shaughnessy, M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and Directions. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research of Mathematics Teaching and Learning* pp: 465-494). Nueva York: Mac Millan
- Shaughnessy, M. (2007). Research on statistics' reasoning and learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* pp: 957-1009.
- Schön, D. A. (1992). *La formación de profesionales reflexivos*. Barcelona, España: Paidós.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15 (2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reforms. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development, en G. Jones (ed.), *Exploring probability in school: Changes for the teaching and learning*, New York: Springer Verlag, pp. 345-366.
- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. (2a. ed.). Madrid: Morata

Strauss, A. y Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research. Techniques and procedures for developing grounded theory*. United States: Sage publications, Inc.

Swenson, K. A. (1998). *Middle school mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge of probability: its relations to probability instruction*. Disertación Doctoral, Universidad del Estado de Oregon. Estados Unidos. *Dissertation Abstracts International*, 59(02), 440A.

Taylor, S. y Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.

Tzur, R., Simon, M. A., Heinz, K. y Kinzel, M. (2001). An account of a teacher's Perspective on learning and teaching mathematics: Implications for teacher development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(3), 227-254.

Vásquez, V. (2015). Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 33(2), 255-256.

Watson, J. M. (2001). Profiling teachers' competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of data and chance. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 305-337.

Yetim, S. (2019). Mistakes and Misconceptions of Middle School Students about Probability: A Concept Map Study. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 8(1), 54-81

Zapata, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística?. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 33(1), 234-247.