

Função a partir de uma perspectiva histórica

Function from a historical perspective

Paula Andressa Adamski FRANCO [1](#); Karolina Barone Ribeiro da SILVA [2](#)

Recibido: 12/10/16 • Aprobado: 15/11/2016

Conteúdo

1. Introdução
2. Referencial Teórico
3. Procedimentos Metodológicos
4. Resultados e Discussões
5. Conclusão
6. Referências Bibliográficas

RESUMO:

O presente trabalho relata um estudo finalizado, que teve como temática Função, sendo utilizada pesquisa bibliográfica, para determinar como o conceito de função tem sido tratado de forma histórica com relação à aprendizagem do conceito pelos alunos de licenciatura em matemática e educação básica. De acordo com a pesquisa desenvolvida, foi possível notar que o conceito de função através de uma abordagem histórica, ainda é uma metodologia que está sendo pouco aplicada nas salas de aula, como ferramenta pedagógica, mas que vem ganhando espaço aos poucos.

Palavras-chave: História da Matemática, Educação Básica, Função.

ABSTRACT:

This paper reports a finalized study, which had the theme function, being used literature to determine how the concept of function has been treated in historical form with respect to learning the concept by undergraduate students in mathematics and basic education. According to the research carried out, it was possible to note that the concept of function through a historical approach, it is still a methodology being little used in the classroom, as a pedagogical tool, but it has been increasing gradually.

Keywords: History of Mathematics, Basic Education in Mathematics, Function.

1. Introdução

Os cursos de licenciatura em Matemática do estado do Paraná devem levar em consideração, dentre outros documentos, as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (Paraná, 2008), que propõem os seguintes conteúdos estruturantes para as escolas da Rede Pública Estadual: Números e Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometrias, Funções e Tratamento da Informação.

Para o ensino fundamental, o tópico Funções se desdobra em função afim e função quadrática. Já para o ensino médio, sugere-se o estudo das funções vistas no Ensino Fundamental, como as funções polinomial, exponencial, logarítmica, trigonométrica e modular. Em Funções também está incluído o estudo de progressão aritmética e geométrica.

De acordo com um quadro contido nas Diretrizes (Paraná, 2008), o estudo de funções se inicia no 8º ano do Ensino Fundamental. Contudo, as dificuldades no ensino e na aprendizagem do tema não se restringem apenas a este ano e muitas vezes, continuam ecoando no ensino médio e conseqüentemente em cursos de graduação Moura e Moretti (2003); Rossini (2006); Alexandre e Santos (2009); Lima e Pontes (2009); Marques e Rêgo (2010). Há dúvidas quanto às representações algébricas, às diferenças entre o conceito de equação e o de função, à interpretação de gráficos e tabelas etc.

Vale salientar a afirmação de Rossini (2006, p. 337):

[...] os formadores de professores deveriam modificar suas práticas para o ensino e a aprendizagem de função, não mais seguindo o roteiro padrão dos livros, que partem de uma definição, mas pela construção coletiva de uma organização matemática, **levando em consideração as diferentes concepções desse conceito que surgiram ao longo de sua história** (Grifo nosso).

Diante do exposto por Rossini (2006), ficam as perguntas: quais são essas diferentes concepções? Pesquisas realizadas nos últimos anos têm se preocupado com a abordagem de funções em sala de aula a partir de uma perspectiva histórica? Livros didáticos utilizados na Educação Básica e em cursos de licenciatura em Matemática apresentam o assunto Função do ponto de vista histórico?

Nas próximas seções será apresentado o resgate histórico de diversas visões do conceito de função, um panorama de pesquisas realizadas nos últimos anos com abordagem de funções em sala de aula a partir de uma perspectiva histórica e finalmente a análise de livros didáticos utilizados na Educação Básica e em cursos de licenciatura em Matemática.

2. Referencial Teórico

A história da matemática é uma metodologia de ensino importante para o contexto de aprendizagem dos alunos, porque pode-se trabalhar problemas investigativos, compreender melhor os conceitos matemáticos, facilitando a aprendizagem dos alunos e propondo assim, um ensino de matemática diferenciado.

Conforme as Diretrizes (Paraná, 2008) a história da matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades e na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos. É o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da matemática. Assim, pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais (Miguel e Miorim, 2004).

Por meio dessa metodologia de ensino é possível tornar as aulas de Matemática mais interessantes, já que o professor consegue relacionar a Matemática com outras áreas de ensino, pois não irá focar na resolução de exercícios, mas sim na importância dos conteúdos matemáticos. Isso faz com que o professor crie em seu aluno um olhar mais crítico em relação aos assuntos, desmitificando a Matemática.

Para D' Ambrósio (2009), a história da matemática é um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época.

De acordo com as Diretrizes (Paraná, 2008) uma abordagem metodológica para o estudo de funções, pode ser resolvido com os conhecimentos da história da matemática, de modo que

possibilita ao estudante compreender a evolução do conceito através dos tempos.

Nas Diretrizes afirma-se que é importante entender a história da matemática no contexto da prática escolar como componente necessário de um dos objetivos primordiais da disciplina, qual seja, que os estudantes compreendam a natureza da Matemática e sua relevância na vida da humanidade.

3. Procedimentos Metodológicos

Uma das modalidades de pesquisa mais comuns em história da matemática é a pesquisa bibliográfica, que foi empreendida neste projeto.

A pesquisa de cunho bibliográfico, por suas características, possibilita efetivar um estudo de caráter correlacional, haja vista que

[...] explica um problema, fundamentando-se apenas nas contribuições secundárias, ou seja, nas informações e dados extraídos de livros de leitura corrente e de referências, de revistas impressas e virtuais, material audiovisual, entrevistas, documentos, etc. de diferentes autores que versam sobre o tema selecionado para o estudo (Reis, 2008, p. 51).

A finalidade da pesquisa bibliográfica, segundo Padua (2004, p. 55), é “colocar o pesquisador em contato com o que já se produziu e registrou a respeito do seu tema de pesquisa”.

Inicialmente foram efetuadas seleção e análise de livros de história da matemática para elaborar uma história de diversas visões do conceito de função, procurando privilegiar fontes de fácil acesso para professores da Educação Básica, Ensino Fundamental e Médio bem como para alunos e docentes de cursos de licenciatura em Matemática. Os livros de história da matemática utilizados nessa etapa foram: Boyer (1996), Eves (2004), Contador (2006), Garbi (2006) e Roque (2012).

Na sequência, para determinar se o tema Função vinha sendo tratado do ponto de vista histórico em estudos que se preocupam com o ensino e a aprendizagem do assunto, seja na Educação Básica ou em licenciaturas em Matemática, foram consultadas dissertações (Roratto, 2009; Maciel, 2001), uma tese (Rossini, 2006), artigos de periódicos, (Zuffi, 2001; Neves e Resende, 2016; Andrade e Kaiber, 2013; Moura e Moretti, 2003; Rodrigues e Miskulin, 2016; Rossini, 2007; Trindade e Moretti, 2000; Zuffi e Pacca, 2000; Brito e Almeida, 2005; Lourenço e Oliveira, 2014; Leão e Bisognin, 2009; Bueno e Viali, 2009) e trabalhos publicados nos anais do XII Encontro Paranaense de Educação Matemática – EPREM (2014) (Charal, Souza e Kato, 2014; Oliveira, Frias e Omodei, 2014), do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM (2004) Zuffi (2004) e do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM (2000 e 2009) (Zuffi, 2000; Lima, 2009).

4. Resultados e Discussões

4.1. Uma história do conceito de função

A compreensão do desenvolvimento do conceito de função pode ser dividida em três etapas: Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna.

Segundo Garbi (2006), foi na Antiguidade (4000 a.C ao séc. V) que a noção de função apareceu como dependência de valores, de forma bem intuitiva. Na Idade Média (séc. V ao séc. XV) ela está ligada às representações geométricas e mecânicas. Já na Idade Moderna (séc. XV ao séc. XVII) passa a ser representada por expressões analíticas.

Vale salientar que na Idade da Pedra (10000 a.C. a 4000 a.C.) os homens comercializavam entre si e havia a necessidade de fazer o controle de seus rebanhos. Para realizar tal contagem, eles usavam pedra, ossos e madeira (Eves 2004); o homem associava cada animal a uma pedra, fazendo uso, instintivamente, da ideia de dependência.

Boyer (1996) explica o processo de contagem como uma correspondência de objetos. Por exemplo, um homem tinha um rebanho de 20 carneiros. Quando estavam recolhendo os animais em seus lugares, para cada animal que entrava, uma pedra era colocada dentro de um recipiente, e o mesmo ocorria quando eram soltos, só que ao invés de colocar, eram retiradas, e com isso poderia perceber se havia perdido ou não algum animal. Esse simples método de associar cada animal a uma pedra, já mostrava indícios de dependência, que estava associada à noção de função.

Na Antiguidade, os babilônios e os gregos se destacam como precursores na utilização da dependência funcional.

De acordo com Roque (2012),

[...] a matemática babilônica se tratava de uma atividade que envolvia sobretudo o registro de quantidades e operações. Em seguida, ao mesmo tempo em que uma parcela da sociedade começou a se dedicar especificamente à matemática, as práticas que podem ser designadas por esse nome teriam passado a incluir também procedimentos para resolução de problemas numéricos, tratados como “algébricos” pela historiografia tradicional. Os babilônios realizavam uma espécie de cálculo de grandezas, ou seja, efetuavam procedimentos de cálculo sobre coisas que podem ser medidas (grandezas) (p. 110).

Para os gregos o conceito de função surgiu ao descrever o movimento de forma qualitativa. De acordo com Contador (2006), Aristóteles (384-322 a.C.) foi o principal estudioso de tal tipo de descrição. Para ele as mudanças físicas, principalmente do movimento do Universo, deveriam ser estudadas pela matemática e física, e sua abordagem influenciou a evolução da ciência.

Na geometria grega, por sua vez, podemos encontrar problemas relacionados com a definição e existência de relações funcionais, e desde bem cedo, entre os pitagóricos, problemas desta natureza são encontrados. Pode ser citado como exemplo a relação entre o comprimento e a altura da nota emitida por cordas da mesma espécie. Com este estudo foi possível revelar a interdependência entre número, espaço e a harmonia (Contador, 2006).

Segundo Boyer (1996), durante a Idade Média o conceito de função começou a ser visto de forma mais geral. A partir do século XIV é que ocorre o ressurgimento da matemática como objeto de análise dos cientistas.

Durante a Idade Média, discussões sobre o conceito de função baseavam-se em especulações e não possuíam nenhuma investigação empírica.

Roque (2012) afirma que o bispo Nicole Oresme (1323-1382) se destacou pelo estudo de funções neste período. Por volta de 1361, ao estudar o movimento uniforme disforme, ou seja, o movimento de aceleração constante, ele representou suas ideias em um gráfico, em que a velocidade varia com o tempo. Foi a primeira vez que um sistema de coordenadas foi utilizado para representar uma variável quantitativa.

Ao longo de uma reta horizontal ele marcou pontos representando instantes de tempo (ou longitudes), e para cada instante ele traçou perpendicularmente à reta de longitudes um segmento de reta (latitude) cujo comprimento representava a velocidade. As extremidades desses segmentos, ele percebeu, jazem ao longo de uma reta; e se o movimento uniformemente acelerado parte do repouso, a totalidade dos segmentos velocidade (que chamamos ordenadas), preencherá um triângulo retângulo. Como a área desse triângulo retângulo representa a distância percorrida, Oresme forneceu assim uma verificação geométrica da regra de Merton, pois a velocidade no ponto médio do intervalo de tempo é a metade da velocidade final. (Boyer, 1996, p.180).

Na Idade Moderna (séculos XVI e XVII), as expressões analíticas das funções começaram a prevalecer e as funções analíticas logo se tornaram as mais usadas. Conforme Roque (2012, p. 190),

No século XVII, o trabalho sobre curvas relacionava quantidades geométricas. A partir do século XVIII muitos matemáticos começaram a considerar que seu principal objeto era a função. Essa mudança foi descrita da seguinte forma por Jaques Hadamard: "O ser matemático, em uma palavra, deixou de ser o número: passou a ser a lei de variação, a função. A matemática não apenas foi enriquecida por novos métodos; foi transformada em seu objeto."

Já como descrito por Boyer (1996, p. 208),

Na segunda metade do século XVI, Viète (1540 – 1603), introduziu uma vogal para representar, em álgebra, uma quantidade suposta desconhecida, ou indeterminada, e uma consoante para representar uma grandeza ou números supostos conhecidos ou dados. Pela primeira vez na álgebra houve uma distinção clara entre o importante conceito de parâmetro e a ideia de uma quantidade desconhecida.

Segundo Zuffi (2001), Galileu Galilei (1564-1642) utilizou a matemática para modelar fenômenos do movimento dos corpos.

Newton (1642-1727) teve uma grande importância para o estudo das funções, sendo o primeiro matemático a mostrar que uma função poderia ser descrita como uma série de potência (Eves, 2004).

O conceito de função só foi introduzido na matemática após o aprimoramento das técnicas diferenciais efetuado por Leibniz (1646 - 1716) e Newton. Leibniz introduz a palavra "função", para designar a função de uma grandeza em relação a uma figura (Roque, 2012).

Leibniz não propôs um conceito de função, no entanto, ele já admitia que quantidades devem estar relacionadas.

De acordo com Roque (2012), a noção de variável só foi introduzida formalmente no século XIX.

Johann Bernoulli (1667-1748), no final do século XVII, empregava o uso da palavra "função" relacionando-a indiretamente às "quantidades formadas a partir de quantidades indeterminadas e constantes".

De acordo com Roque (2012, p. 299), Leonard Euler (1707-1793), situa função como a noção central da matemática e propõe a seguinte definição: "Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de um modo qualquer dessa quantidade e de números, ou de quantidades constantes".

Euler já havia definido uma constante como uma quantidade determinada que sempre possui um mesmo e único valor, e uma variável, como uma quantidade indeterminada, que pode possuir qualquer valor. Euler então definiu função como uma expressão analítica composta de um modo qualquer dessas quantidades constantes e variáveis (Roque, 2012).

O conceito de função se desenvolveu de forma linear até no que nos é apresentado atualmente nos livros da Educação Básica.

Caraça (1951) define função da seguinte forma:

Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve $y = f(x)$. Se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido \square . A x chama-se variável independente, a y variável dependente. (Caraça, 1951, p. 129).

Para chegar a esta definição que conhecemos hoje, as explicações anteriores esclarecem que foi necessária a reformulação de conceitos e contribuições de diversos matemáticos.

4.2. Análise de pesquisas

Foram analisadas dissertações, teses, artigos de periódicos e anais de eventos específicos da área de Educação Matemática para investigar se o tema Função tem sido tratado do ponto de

vista histórico, em estudos que se preocupam com o ensino e a aprendizagem do assunto, seja na Educação Básica ou em licenciaturas em Matemática.

4.2.1 - Dissertações

Roratto (2009) busca fundamentação teórica com bases em outros matemáticos para explicar como se dá o conceito de função na sala de aula, que muitas vezes se baseia em macetes e metodologias não exploratórias que apenas usam de aplicações de fórmulas, gráficos e tabelas deixando de lado alguns significados essenciais do conceito com base nas definições e demonstrações. Roratto propõe utilizar uma sequência didática como metodologia para explicar o desenvolvimento da história de funções, com o objetivo de se obter a aprendizagem através de uma pedagogia histórica, abordando no decorrer das atividades, para primeira situação com elementos de ligação, para as crianças associarem a ideia de relação e vai aprofundando o assunto com atividades investigativas, que exige do aluno mais interpretação do que apenas atividades de resolução de exercícios com o uso de fórmulas.

Roratto elenca vários processos para se trabalhar o conceito de funções por meio da história da matemática, não apenas usando a matemática através de contas, mas fazendo uma interdisciplinaridade entre vários conteúdos da grade curricular, pois a matemática não se resume apenas a resolver exercícios, mas fazer matemática, propor exercícios que exijam do aluno outras soluções.

O autor utilizou a história da matemática como metodologia de ensino, apresentando para os alunos uma sequência didática baseada na sequência histórica do desenvolvimento das funções, utilizando-se de uma análise qualitativa em seu estudo, que é possível apresentar mais resultados em avaliar a aprendizagem significativa dos alunos, por meio de análises a priori e a posteriori, que permitiu ao autor analisar se ao utilizar a metodologia de história da matemática com o conteúdo de função possibilitou aos alunos entender e a eficácia do estudo desenvolvido.

Maciel (2011) fala que o ensino de funções não se baseia apenas em associações matemáticas, que o estudo de funções vai mais além do que isso, permitindo ao aluno desenvolver uma linguagem algébrica, construir modelos descritivos de acordo com o que diz os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2000). Utilizou-se da metodologia da história da Matemática, como estratégia de ensino, buscando definições sobre o conceito de função por vários matemáticos, tentando ressaltar os pontos mais relevantes ao longo dos anos através do desenvolvimento sobre o conceito de função, baseado em uma pesquisa bibliográfica.

4.2.2 - Teses

Rossini (2006) elenca o estudo de funções através da história da matemática e como os professores, alunos e universidade enxergam o tema função. A autora aborda em seu trabalho o desenvolvimento da ideia de função no decorrer da história e bem como é definida nos dias atuais nos livros didáticos, busca definir uma sequência matemática de como são organizados o conceito e como são apresentados aos alunos nas escolas, através de uma investigação em livros didáticos e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). O principal objetivo dela é fazer com que os professores possam utilizar de outros métodos para o ensino de funções e com isso desenvolver a criatividade, lógica dos alunos.

4.2.3 - Artigos de periódicos

Trindade e Moretti (2000) propõem em seu trabalho as relações entre a teoria histórico-cultural de Vygotsky e a epistemologia histórico-crítica de Bachelar. Os autores, usaram como exemplo, o estudo de funções para observar quais são os obstáculos de aprendizagem deste conceito que os alunos possuem, a fim de sanar as dificuldades em relação ao tema. Não abordaram informações de caráter histórico para o desenvolvimento de função.

Zuffi e Pacca (2000) abordam um estudo voltado para a utilização da linguagem matemática por professores do Ensino Médio, com objetivo de investigar as expressões que são utilizadas

em sala de aula. Em relação, a abordagem histórica os autores não trouxeram informações relevantes para a pesquisa. Dão um enfoque para as definições do conceito de função, elaboradas por Bourbaki e Dirichlet. Segundo os autores a definição de função elaborada por Dirichlet é:

Se uma variável y está relacionada a uma variável x , de modo que, ao articular qualquer valor numérico a x , existe uma regra com a qual um único valor de y é determinado, então y é dito ser uma função da variável independente x . (tradução do texto em inglês, *apud* SIERPINSKA, 1992, p.46) (Zuffi e Pacca, 2000, p. 16).

Zuffi (2001) trata em seu trabalho a forma como ocorreu o desenvolvimento da história de função, baseando na evolução do conceito e como alguns matemáticos definiram função, aborda a história do conceito desde a Antiguidade e até como alguns professores vem trabalhando o tema nas escolas.

Moura e Moretti (2003) relatam uma investigação matemática pautando-se nas perspectivas histórica-cultural e construtivista. Em relação à história de função, os autores relatam que o desenvolvimento de função foi marcado por estágios em diferentes épocas, identificados por meio de estratégias de resolução de problemas, envolvendo variações de quantidades, que consistiria na compreensão de função pelo homem.

Brito e Almeida (2005) abordaram o conceito de função utilizando-se da modelagem matemática, com o propósito de analisar a influência do contexto dessas situações a fim de observar como os educandos constroem o significado de função. Os autores não abordaram em seu trabalho a perspectiva histórica de função.

Rossini (2007) aborda uma sequência didática para o ensino-aprendizagem do conceito de função, a partir de uma (re)construção do conceito com auxílio de professores da rede estadual de ensino. A análise da autora é baseada na teoria antropológica, que permite expor as dificuldades, superações em relação ao tema em estudo, pelos docentes. Em seu trabalho, relata que a construção do significado de função foi marcada por controvérsias e rupturas. Rossini não aborda a construção histórica de função, mas expõe a definição do grupo Bourbaki:

Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F chama-se relação funcional em y , ou relação funcional de E em F , se, qualquer que seja $x \in E$, existe um elemento y de F , e somente um, que esteja na relação considerada com x .

Dá-se o nome de função à operação que associa a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra na relação dada com x ; diz-se que y é o valor da função para o elemento x , e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função. (Bourbaki, 1939 *apud* Monna, 1972, p. 82). (Rossini, 2007, p. 207 e 208).

Bueno e Viali (2009) realizam uma investigação matemática acerca da construção histórica do conceito de função até qual definição usamos atualmente. Identificam as contribuições dada pelo desenvolvimento das diferentes formas de representação semiótica. Os autores enfocam o desenvolvimento do conceito de função partindo da antiguidade até a modernidade, destacam os principais percursos para a contribuição dos termos científicos de função.

Destacam ainda, a necessidade de explorar a construção do conhecimento matemático, a fim de desenvolver a capacidade de pensar por intermédio de relações. Assim, a história pode auxiliar na construção de um conceito de função e assim superar as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem.

Leão e Bisognin (2009) utilizaram da metodologia de resolução de problemas, com enfoque no estudo do conceito de funções, com base na teoria do conceito imagem e definições de Tall e Vinner (1984). Os autores não abordaram nenhuma relação com a história de função, buscaram central sua pesquisa na metodologia resolutiva de problemas, com objetivo de construir diferentes imagens conceituais para que houvessem a familiarização por parte dos

alunos.

Andrade e Kaiber (2013) apresentam uma discussão dos aspectos do processo de ensino-aprendizagem do conceito de função com enfoque ontossemiótico, por meio da resolução de problemas. Em relação a perspectiva histórica da temática em pesquisa, os autores não abordaram em seu trabalho.

Lourenço e Oliveira (2014) abordaram em seu trabalho a pesquisa de dissertações e teses que relacionavam com o tema de função, através da teoria de registros de representações semiótica. Nota-se que os trabalhos consultados pelos autores, se pautaram em análises de materiais didáticos, aplicações de sequências didáticas e o uso de softwares. Não constaram dados históricos do desenvolvimento de função.

Neves e Resende (2016) analisam a perspectiva do ensino-aprendizagem do conceito de função a partir de uma sequência didática, fundamentando-se na teoria histórico-cultural de Vygotsky. O processo histórico de função não foi apresentado no trabalho.

Rodrigues e Miskulin (2016) buscam compreender as possibilidades do uso de narrativas em aulas de investigação matemática para o ensino de funções. Em relação a abordagem histórica de função, os autores não apresentaram informações que fossem relevantes para a pesquisa. Enfocaram no uso de metodologias que permitam aos alunos refletir sobre o conceito estudado, além de atribuir significados antes não estabelecidos, contribuindo para o desenvolvimento das capacidades comutativas, ou seja, os alunos conseguem defender suas ideias, nas capacidades justificativas é possível justificar seus pontos de vista e nas capacidades argumentativas facilita-se a argumentação dos prováveis confrontos dos educandos em relação aos debates promovidos nas salas de aula, permitindo maior diálogo entre os educandos.

4.2.4 - Trabalhos apresentados em eventos

Trabalhos EPREM (2014)

Neste evento foram apresentados apenas dois trabalhos de Charal, Souza e Kato (2014) e o outro apresentado por Oliveira, Frias e Omodei (2014) que tratam do tema função do ponto de vista como aprendizagem, porém não comenta nada sobre a história do conceito de função aprofundado, apenas superficial.

Charal, Souza e Kato (2014) não apresentam tópico sobre a história de função, apenas buscam investigar quais são os significados que os alunos atribuem ao conceito.

Oliveira, Frias e Omodei (2014) não apresentam comentário sobre a história de função, apenas abordam a aprendizagem do aluno através do ensino de função afim.

Trabalho ENEM (2004)

No ENEM destacamos uma sequência didática sobre funções para a formação de professores do ensino médio, Zuffi (2004) fala que a função passou por um processo longo e delicado, com a necessidade de contribuições de muitos matemáticos de renome, bem como as contribuições obtidas com o desenvolvimento das teorias de conjuntos e de construção de números reais.

Trabalho SIPEM (2000)

Zuffi (2000) aborda a forma de como o conceito de função tem sido trabalhado pelos professores, aparece apenas a abordagem de como alguns autores definem função, mas nada relacionado ao conceito de função ao longo da história.

Trabalho SIPEM (2009)

Lima *et al.* (2009) tratam do tema função para futuros professores. Neste trabalho é abordado o conceito de Dirichlet (século XIX), sobre função, juntamente com a relação de dependência entre as variáveis.

Em relação a análises das pesquisas consultadas, foram encontrados alguns trabalhos com a temática da pesquisa, porém, são como abordar em sala de aula utilizando os recursos metodológicos de ensino, as perspectivas dos professores em relação ao tema e a

aprendizagem do aluno.

Foram poucas as pesquisas consultadas que abordaram função através de uma análise histórica, alguns trabalhos propõem utilizar uma sequência didática como metodologia para explicar o desenvolvimento da história de funções, propõem interdisciplinaridade, um recurso de estratégia para buscar definições sobre o conceito, além de instigar o aluno a ser um indivíduo ativo nas aulas. Além disso, foi notado, que nos trabalhos há um enfoque maior para a conceituação de função, através de uma referência bibliográfica que constitui uma abordagem para se trabalhar essa metodologia em sala de aula, facilitando o acesso para o professor. Desse modo, houve uma maior importância para consultar se em livros didáticos atuais, os autores estão se preocupando em utilizar os novos recursos para transformar o ensino, e com isso facilitar a aprendizagem dos alunos, que vai além do tradicional, e com isso desenvolver a criatividade e a lógica dos alunos, e conseqüentemente o interesse pela matemática.

Percebe-se que se talvez aliarmos a estratégia de ensino baseado na história da matemática junto com outro tema, ocorra uma aprendizagem significativa, em que o aluno consiga ligar as ideias e não apenas estudar para a prova e logo depois esquecer, mas sim levar o conteúdo para vida, pois irá perceber a importância e a ligação que tem com seu cotidiano.

Percebemos que é necessário buscarmos explorar mais os conteúdos de matemática aliados com a sua história, pois assim, conseguimos proporcionar um real significado para os conteúdos, pois alguns conteúdos se tornam abstratos para os alunos e isso causa um bloqueio, e os indivíduos que estão em meio ao processo de aprendizagem não conseguem ver sua aplicabilidade, tornando as vezes sem sentido. Portanto, consideramos que os estudos para a temática de função aliada à de história, devem ser mais explorados, pois tem poucas pesquisas envolvendo esse tema.

4.3 Análise de livros didáticos

Foram analisados livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, Médio e Ensino Superior para investigar se o tema Função tem sido tratado do ponto de vista histórico. Foram consultadas as seguintes obras: ensino Fundamental (Bianchini, 2006; Centurión e Jakubovic, 2012; Dante, 2012; Giovanni Júnior e Castrucci, 2009; Imenes e Lellis, 2009), Ensino Médio (Dante, 2010; Iezzi *et al.*, 2010; Paiva, 2013; Silva e Filho, 2005; Smole e Diniz, 2005; Smole e Diniz, 2013) e Ensino Superior (Demana *et al.*, 2009; Flemming e Gonçalves, 2006; Guidorizzi, 2001; Munem e Foulis, 1982; Leithold, 1994 e Stewart, 2005).

4.3.1. Ensino fundamental

Bianchini (2006) apresenta um pouco sobre o conceito de função por meio da história.

Aborda desde o ano 2000 a.C., quando os babilônios começaram a construir as tabelas sexagesimais. Fala também sobre a contribuição de Oresme e ideias explícitas de função com René Descartes, junto com Leibniz, Bernoulli, Euler, Lagrange, Fourier, Dirichlet e para finalizar, a teoria dos conjuntos criada por George Cantor (1845-1918) para ampliar o conceito de função e chegar na definição conhecida atualmente, que nos é apresentada em Caraça (1951).

Dante (2013), assim como Giovanni Júnior e Castrucci (2009), não apresenta informações em relação ao conteúdo histórico de função.

Centurión e Jakubovic (2012) não apresentam uma relação com a temática histórica de função, apenas um problema relacionado à história da matemática com o tema função, só que aplicado à física.

Imenes e Lellis (2009) contêm uma informação relacionada à física associada à ideia de função. Os autores citaram Galileu Galilei, que em 1602, fez uma descoberta fundamental para Física, "em que a distância d percorrida por um corpo que cai livremente é função do tempo t " (p.180).

4.3.2. Ensino médio

Smole e Diniz (2013) fazem uma breve relação com física e matemática, em que Jacques Charles (1746 – 1823), observou que os gases se dilatavam quando aquecidos e se contraíam quando se resfriavam.

Smole e Diniz (2005) apresentam um pouco sobre a origem histórica de funções.

Silva e Filho (2005) abordam a construção histórica de função. Dentre as obras consultadas, este livro foi o que apresentou um desenvolvimento completo de funções do ponto de vista histórico. Na obra, tomaram o cuidado de destacar desde a necessidade do homem com os mais variados propósitos, por exemplo, relacionar a quantidade de pedras que eram retiradas dos recipientes com a quantidade de ovelhas que entravam no cercado, bem como causas e efeitos de problemas naturais. Essa busca pelos problemas naturais e seus efeitos, nos faz perceber que muitas informações a que temos acesso em nosso cotidiano apresentam a ideia de função, como os autores citam: “Uma coisa depende da outra” (p. 81), pois ao folharmos revistas, jornais, nos deparamos com gráficos que mostram a dependência de uma variável em relação a outra”.

Os mesmos autores comentam que, no século XVIII, Leibniz considerou quantidades geométricas, relacionando-as com curvas. Bernoulli chamou funções de expressões analíticas de uma quantidade variável e Euler definiu o termo função como toda variável que depende de outra. Dirichlet e Lagrange contribuíram com os conceitos de funções. Há ainda uma breve introdução histórica de plano cartesiano.

Dante (2010) apresenta, na introdução do conteúdo de funções, alguns exemplos, a observação de modelos presentes nos fenômenos físicos, como por exemplo, a trajetória de uma bola de canhão. Atribuiu à matemática a qualidade de prever resultados por meio de leis que têm como características relacionar as variáveis envolvidas no fenômeno. O autor apenas cita a contribuição dos irmãos Bernoulli, na França, Huygens, na Holanda e de Leibniz na Alemanha, que se dedicaram aos estudos de funções, um independente do outro.

Iezzi *et al.* (2010) apresentam a temática também, abordando o conceito histórico de função.

Paiva (2010) não apresenta tópico algum relacionado ao contexto histórico de função.

4.3.3 Ensino superior

Em relação aos livros de matemática do Ensino Superior, todos que foram consultados não apresentaram informações de interesse para a pesquisa, já que a temática de função abordada nos exemplares configura-se na forma de noções de dependência, mas não trazem dados históricos para o conteúdo.

Nota-se que os autores, não abordam a história da matemática como recurso metodológico, implica em começar o conteúdo a partir da teoria de conjuntos, sem atribuir uma fundamentação teórica sobre a relação de dependência que função fornece, causando um obstáculo epistemológico nos alunos.

Os autores de livros didáticos deveriam dar mais ênfase nessa metodologia de história da matemática, fornecendo dados históricos relevantes para a leitura, de modo que acrescentaria no desenvolvimento do ensino-aprendizagem dos educandos.

5. Conclusão

De acordo com a pesquisa desenvolvida, notamos que o conceito de função através de uma abordagem histórica, ainda é uma metodologia que está sendo pouco aplicada nas salas de aula, como ferramenta pedagógica, mas que vem ganhando espaço aos poucos.

Precisamos incorporar a história da matemática fazendo um elo com o cotidiano do aluno, para dar suporte a ele, não apenas para que memorize os tópicos importantes, mas que leve para sua vida os conceitos históricos da matemática, e assim, possibilitar um entendimento para que consiga elaborar seu pensamento permitindo desenvolver seu raciocínio lógico.

Portanto, seria importante que os alunos compreendessem o porquê da perspectiva histórica do

conceito, para assimilar como ideias aparentemente simples, foram sendo aprimoradas e levando-os ao desenvolvimento das definições que temos atualmente.

Contudo, a história do conceito de função, traz grandes contribuições para a matemática, se instigarmos os alunos a possuírem curiosidade sobre o tema, conseguiremos desenvolver seu pensamento crítico, propondo um conhecimento interdisciplinar.

Referências Bibliográficas

Alexandre, P. P.; Santos, M. H. S. M. (2009). Principais dificuldades de alunos do 2º ano do ensino médio quanto à interpretação gráfica da função quadrática. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1, Ponta Grossa. *Anais do I Simpósio Nacional de Ciência e Tecnologia*. Ponta Grossa: UEPG. p. 1121-1137.

Andrade, L. S; Kaiber, C, T. (2013). Reflexões sobre o ensino de funções sob a perspectiva do enfoque ontossemiótico. *Educação Matemática em Revista (RS)*, Rio Grande do Sul, ano 14, v.2, p. 27 -36.

Bianchini, E. (2006) *Matemática*. 6ª edição – São Paulo: Editora Moderna.

Boyer, C. B. (1996). *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher.

Brito, D. dos S.; Almeida, L. M. W. (2005). O conceito de função em situações de modelagem matemática. *Zetetiké – CEPEN/FE – Unicamp*, v.13, n.23.

Bueno, R. W. da S; Viali, L. (2009). A construção histórica do conceito de função. *Educação Matemática em Revista (RS)*, Rio Grande do Sul, ano 10, v.1, p. 37 – 47.

Caraça, J. B. (1951). *Conceitos Fundamentais de Matemática*. Lisboa. Portugal. Livraria Sá de Costa.

Centurión, M; Jakubovic, J. (2012) *Matemática: Teoria e Contexto*. 1ª edição –São Paulo: Saraiva, 2012.

Charal, I. R.; Souza, J. T. G.; Kato, L. A. (2014). O que os alunos sabem sobre função? Um estudo utilizando a modelagem matemática e os mapas conceituais. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, Ponta Grossa, PR. *Anais do XII EPREM*. Ponta Grossa, PR: EPREM, 2014. v. ISSN 2175 – 2044. 1-11.

Contador, P. R. M. (2006). *Matemática: uma breve história*. 2.ed. São Paulo: Ed. Livraria da Física. 3v.

Dante, R. L. (2010). *Matemática: Contexto e Aplicações*. São Paulo: Ática.

Dante, R. L. (2012). *Projeto Teláris: Matemática/ Luiz Roberto Dante*. 1ª edição – São Paulo: Ática.

Demana, D. F et al. (2009). *Pré-Cálculo*. São Paulo: Pearson Education do Brasil.

Eves, H. (2004). *Introdução à história da matemática*. Campinas: Editora da UNICAMP.

Flemming, D. M; Gonçalves, M. B. (2006). *Cálculo A. Funções, limite, derivada e integração*. Editora: Pearson.

Garbi, G. (2006). *A Rainha das Ciências*. São Paulo: Ed. Livraria da Física.

Guidorizzi, H. L. (2001). *Um curso de Cálculo*. Vol. 1. 5ª. ed. Rio de Janeiro: LTC.

Guidorizzi, H. L. (2001). *Um curso de Cálculo*. Vol. 2. 5ª. ed. Rio de Janeiro: LTC.

Imenes, M. L; Lellis, M. (2009). *Matemática: Imenes e Lellis*. 1ª edição – São Paulo: Editora Moderna.

Iezzi, G. et al. (2010). *Matemática: Ciência e Aplicações*. 6ª edição – São Paulo: Saraiva.

Júnior, G. R. José; Castrucci, B. (2009). *A Conquista da Matemática*. Edição renovada – São Paulo: FDT.

Leithold, L. (1994). *O Cálculo com Geometria Analítica*. Vol. 1. São Paulo: Harbra.

Leithold, L. (1994). *O Cálculo com Geometria Analítica*. Vol. 2. São Paulo: Harbra.

Lima, L. (2008). **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de matemática**. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação). Universidade Federal do Ceará. Fortaleza.

Maciel, P. R. C. (2001). **A construção do conceito de função através dos tempos**. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – CEFET/RJ.
Rio de Janeiro.

Marques, M. C. A.; Rêgo, R. M. (2010). Avaliação da aprendizagem do conceito de função utilizando mapas conceituais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, Salvador. *Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática*. p. 1-9.

Moura, M. O.; Moretti, V. D. (2003). Investigando a aprendizagem do conceito de função a partir dos conhecimentos prévios e das interações sociais. *Ciência & Educação*, v. 9, n. 1, p. 67-82.

Leão, A. S. G; Bisognin, V. (2009). A construção do conceito de função no Ensino Fundamental por meio da metodologia de resolução de problemas. *Educação Matemática em Revista (RS)*, Rio Grande do Sul, ano 10, v.1, p.22 – 35.

Lourenço, E. H.; Oliveira, P. C. (2014). O conceito de função na produção acadêmica da PUC/SP via registros de representação semiótica. *Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo. V. 16, n.2, p. 369-383.

Munem, M. A.; Foulis, D. J. (1982). *Cálculo*. Vol. 1. Rio de Janeiro: LTC.

Munem, M. A.; Foulis, D. J. (1982). *Cálculo*. Vol. 2. Rio de Janeiro: LTC.

Neves, J. D.; Resende, M. R. (2016). O processo de ensino aprendizagem do conceito de função: Um estudo na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. *Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo, v. 18, n. 2, p. 599-625.

Oliveira, J. C. R.; Frias, R. T.; Omodei, L. B. C. (2014). Uma trajetória hipotética de aprendizagem para o ensino de função afim em um curso de formação continuada. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2014, Ponta Grossa, PR. *Anais do XII EPREM*. Ponta Grossa, PR: EPREM. v. ISSN 2175 – 2044. 1-15.

Padua, E. M. M. (2004). *Metodologia da pesquisa: abordagem teórico-prática*. 10. ed. rev. E atual. Campinas, SP: Papirus. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

Paraná. (2008). Secretaria de Estado da Educação do Paraná. *Diretrizes Curriculares da Educação Básica*. Matemática. Disponível em:

<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2016.

Reis, L. G. (2008). *Produção de monografias: da teoria à prática*. 2. ed. Brasília: SENAC.

Rodrigues, M. U.; Miskulin, R. G. S. (2016). Possibilidades Didático-Pedagógicas das Narrativas em aulas com investigações matemáticas no contexto do ensino de funções. *Revista Paranaense de Educação Matemática (Campo Mourão/PR)*, v. 5, n. 8, p.106-130.

Roque, T. (2012). *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. 1. ed. Zahar.

Roratto, C. (2009). **A história da Matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função**. Tese de dissertação do (Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas). Maringá.

Rossini, R. (2006). **Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de

São Paulo. São Paulo.

Rossini, R. (2007). Evolução das organizações matemáticas e didáticas construídas em torno do conceito de função em formação de professores. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v.9, n.2, p. 205 – 247.

Silva, da. X. C; Filho, B. B. (2005). *Matemática: Aula por Aula*. 2ª edição renovada – São Paulo: FDT.

Smole, S. C. K; Diniz, S. de. I. M. (2013). *Matemática: Ensino Médio*. 8ª edição – São Paulo: Saraiva.

Smole, S. C. K; Diniz, S. de. I. M. (2005). *Matemática: Ensino Médio*. 5ª edição – São Paulo: Saraiva.

Stewart, J. (2005). *Cálculo*. Vol. 1. São Paulo: Cengage Learning.

Stewart, J. (2007). *Cálculo*. Vol. 2. São Paulo: Cengage Learning.

Trindade, J. A. de O.; Moretti, M. T. (2000). Uma relação entre Teoria Histórico-Cultural e a epistemologia Histórico-Crítica no ensino de funções: A mediação. *Zetetiké – CEPEN/FE – Unicamp*. V.6, n.13/14, p.29-50.

Zuffi, E. M.; Pacca, J. L. A. (2000). Sobre funções e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio. *Zetetiké – CEPEN/FE – Unicamp*, v.8, n.13/14, p. 7-28.

Zuffi, E. M. (2000). Linguagem Matemática, o conceito de função e professores do Ensino Médio. In. I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Serra Negra, SP. *SIPEM – Livro de Resumos*. São Paulo: SBEM, v. 1. p. 348 – 352.

Zuffi, E. M. (2001). Alguns Aspectos do Desenvolvimento Histórico do Conceito de Função. *Educação Matemática em Revista (São Paulo)*, São Paulo, v. Ano 8, n. 9, p. 10-16.

Zuffi, E. M. (2004). Uma sequência didática sobre funções para a formação de professores do Ensino Médio. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. *Anais do VIII ENEM*. Recife, PE. P. 1-16.

1. Possui ensino-medio-segundo-grau pelo Colégio Estadual João XXIII - Ensino Fundamental, Médio e Profissional(2012). Tem experiência na área de Matemática.

2. Bacharel em Matemática Aplicada e Computacional (UNESP/São José do Rio Preto) e mestre em Estatística (UFSCar). Professora da Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO. Faço parte do Grupo de Pesquisa e Ensino em Educação Matemática. E-mail: kbarone@unicentro.br

Revista ESPACIOS. ISSN 0798 1015
Vol. 38 (Nº 15) Año 2017

[Índice]

[En caso de encontrar algún error en este website favor enviar email a webmaster]

©2017. revistaESPACIOS.com • Derechos Reservados